

不同模态海洋内波特征的诊断分析

张 铭¹, 邓 冰^{1, 2}, 赵艳玲¹

(1. 解放军理工大学气象学院大气环流与短期气候预测实验室, 南京 211101;

2. 海军海洋水文气象中心, 北京 100073)

摘 要: 本文利用谐波分析理论提出了海洋中内波在不同模态下的特征参量的诊断方法, 给出了两种背景场的求取方法: 函数逼近法和平均法, 并对一个实测内波资料进行了诊断分析, 得到了不同模态下内波温度振幅和周期的特性。

关键词: 海洋内波; 模态; 诊断分析

中图分类号: P731 文献标识码: A 文章编号: 1003 - 0239 (2007) 1 - 0001 - 08

1 引言

内波是海洋中普遍存在的一种动力学过程, 它在海水的水平和垂直交换过程中对动力和热量的输送起重要的作用, 甚至是决定性的作用^[1]。内波也是海水运动的重要形式, 它可将大、中尺度运动过程中的能量传递给小尺度过程, 它是引起海水内部混合、形成海水温、盐细微结构的重要原因^[2]。从 20 世纪 80 年代起随着人类对海洋资源的开发和利用, 应用内波知识解决问题的迫切性越来越强。目前, 综合利用卫星遥感观测和海上资料, 推进数值模型和理论模型的研制已经成为国际前沿的热门问题。对海洋内波的研究不仅在整個海洋动力学的理论研究中占重要的地位, 而且对海洋资源的开发和保护、海军潜艇的保障及推动其它相关学科的深入研究具有重要的应用价值。

内波发生在海洋内部, 在对其进行观测时不能像测量表面波那样直接测量, 而是必须通过对海水的温度、盐度或密度等量的间接测量来获得其变化特征, 这些特点使得对内波的观测比表面波困难得多。内波于 1902 年首先报道, 这归功于 Nansen 瓶和颠倒温度表的发明和使用, 因此前无法检测到次表层水温和密度。1940 年温探仪(BT)的问世, 使密集间隔重复采样成为可能。海水温度深度自动记录仪、温度链以及等温面示踪仪等快速密集取样海洋调查仪器的出现, 使内波的海洋调查在六十年代末和七十年代初达到高潮。内波理论的发展与观测仪器、观测手段的更新是密切相关的。每一种新仪器和新手段的发明和使用都会使内波研究取得新的进展。新式的观测仪器不断投入使用, 使内波的海洋调查条件得到了进一步的改善。内波的观测对其理论和计算模型发展有重要的影响。而怎样从实测资料中分离出内波信息, 得到内波的特征参量, 是对内波研究的关键。下面我们就实测资料中怎样分离出不同模态的内波信息作一简要探讨。

收稿日期: 2006-03-01; 修订日期: 2007-01-15

基金资助: 国家自然科学基金(项目编号 90411006)资助

作者简介: 张 铭 (1945-), 男, 教授, 研究方向: 大气动力学, 物理海洋学。

2 海洋内波特征的诊断

2.1 海洋内波波包表示

设海洋中内波的波动为二维线性平面波，则对海洋温度场可有以下表达式：

$$T(x, z, t) = \bar{T}(z) + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \alpha_{n, k} \sin(n\pi z/H) \cos(kx - \sigma_{n, k}t + \theta_{n, k}) \quad (1)$$

这里 $\bar{T}(z)$ 为海洋背景温度场分布，设其仅与 z 有关，上述方程式右端第二项即为内波波包。取观测点在 $x=0$ 处，则内波波包有以下形式：

$$\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \alpha_{n, k} \sin(n\pi z/H) \cos(\sigma_{n, k}t + \theta_{n, k}) \quad (2)$$

这里设内波在垂直方向有 N 个模态， n 为模态编号，各模态有不同的振幅 $\alpha_{n, k}$ 、频率 $\sigma_{n, k}$ 和初位相 $\theta_{n, k}$ ；注意，对垂直方向的固定模态，其振幅、频率和初位相还与水平波数 k 有关，这在振幅、频率和初位相中用下标 k 来表示，此外因只考虑内波，以上波包还满足在边界 $z=0$ （海底）和 $z=H$ （海表面）处其振幅为 0。设在观测点得到的温度实测值为 $T(z, t)$ ，则存在内波时可认为有：

$$T(z, t) = \bar{T}(z) + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \alpha_{n, k} \sin(n\pi z/H) \cos(\sigma_{n, k}t + \theta_{n, k}) \quad (3)$$

将 $\sin(m\pi z/H)$ 乘 (3) 式并在 $[0, H]$ 上积分，在注意到 $\sin(m\pi z/H)$ 在 $[0, H]$ 上的正交性后，有：

$$\begin{aligned} & \int_0^H T(z, t) \sin(m\pi z/H) dz \\ &= \int_0^H \bar{T}(z) \sin(m\pi z/H) dz + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \alpha_{n, k} \cos(\sigma_{n, k}t + \theta_{n, k}) \int_0^H \sin(m\pi z/H) \sin(n\pi z/H) dz \\ &= \int_0^H \bar{T}(z) \sin(m\pi z/H) dz + \frac{H}{2} \sum_{k=1}^K \alpha_{m, k} \cos(\sigma_{m, k}t + \theta_{m, k}) \end{aligned} \quad (4)$$

这样有：

$$\begin{aligned} \frac{H}{2} \sum_{k=1}^K \alpha_{m, k} \cos(\sigma_{m, k}t + \theta_{m, k}) &= \int_0^H T(z, t) \sin(m\pi z/H) dz - \int_0^H \bar{T}(z) \sin(m\pi z/H) dz \\ &= \int_0^H [T(z, t) - \bar{T}(z)] \sin(m\pi z/H) dz \end{aligned} \quad (5-1)$$

即：

$$\sum_{k=1}^K \alpha_{m, k} \cos(\sigma_{m, k}t + \theta_{m, k}) = \frac{H}{2} \int_0^H [T(z, t) - \bar{T}(z)] \sin(m\pi z/H) dz \quad (5-2)$$

这里 $m=1, 2, 3, \dots, N$; $k=1, 2, 3, \dots, K$ 分别为内波的垂直结构模态和水平模态。

2.2 离散化的情况

首先对时间 t 离散化, 设观测时间为 t_1, t_2, \dots, t_J , 此时方程 (5-2) 可写成:

$$\sum_{k=1}^K \alpha_{m,k} \cos(\sigma_{m,k} t_j + \theta_{m,k}) = \frac{2}{H} \int_0^H T'_j(z) \sin(m\pi z/H) dz \quad j=1, 2, 3, \dots, J \quad (6)$$

这里 $T(z, t_{t_j}) = T_j(z)$, $T'_j(z) = T_j(z) - \bar{T}(z)$ 。

其次再在垂直方向离散化, 设观测的垂直层次为 z_1, z_2, \dots, z_{M_0} 。这样离散化后 $T_j(z)$ 即为在上述层次上的观测资料, 其为已知, 若在这些层次上 $\bar{T}_j(z)$ 也知道的话, 则 $T'_j(z)$ 在这些层次上也为已知。此时方程 (6) 右端则可进行数值积分 (用梯形法或精度更高的方法), 积分结果可记为 $S_{m,j}$, 显然其为已知。这样方程 (6) 可写成:

$$\sum_{k=1}^K \alpha_{m,k} \cos(\sigma_{m,k} t_j + \theta_{m,k}) = S_{m,j} \quad m=1, 2, \dots, M; \quad j=1, 2, \dots, J \quad (7)$$

这里下标 m 表示各模态 $1, 2, \dots$, 下标 j 表示各时刻 t_1, t_2, \dots, t_J ; 下标 k 表示各水平波数 $1, 2, \dots, K$, 固定模态垂直模态 m , 则 $S_{m,j}$ 为一已知的时间序列。利用时间序列的谱分析方法以及相应的计算程序^[3], 对不同的模态 m , 则由时间序列 $S_{m,j}$ 求得水平模态的内波温度振幅 $\alpha_{m,k}$, 频率 $\sigma_{m,k}$ 和初位相 $\theta_{m,k}$ 。

3 背景场的提取

3.1 函数逼近法

由上节可知, 要求取海洋内波, 必须从温度 (盐度) 观测资料中提取背景温度 (盐度) 场 $\bar{T}(z)$ $\bar{S}(z)$, 本节讨论该问题。

欲求 $\bar{T}(z)$, 可设带参数的函数 $f(z, \alpha, \beta, \gamma, \dots)$, 如多项式函数或指数函数等来逼近 $\bar{T}(z)$, 即认为有 $\bar{T}(z) = f(z, \alpha, \beta, \gamma, \dots)$, 这样问题就转化为求最优的参数 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 。此时可设下面的泛函 F 达到极小, 即有:

$$F[\alpha, \beta, \gamma, \dots] = \int_t^t \int_0^H (T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma, \dots))^2 dz dt = \min \quad (8)$$

这里 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 等为待定常数, 可利用泛函 F 取极小时的条件来求得, 这样有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \int_t^t \int_0^H (T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma, \dots))^2 dz dt \\ &= \int_t^t \int_0^H \frac{\partial (T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma, \dots))^2}{\partial \alpha} dz dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_a^b \int_0^H 2(T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)) \frac{\partial}{\partial \alpha} [T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)] dz dt \\
&= - \int_a^b \int_0^H 2(T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)) \frac{\partial f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)}{\partial \alpha} dz dt = 0
\end{aligned} \quad (9)$$

由此可得方程：

$$\int_a^b \int_0^H (T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)) \frac{\partial f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)}{\partial \alpha} dz dt = 0 \quad (10)$$

由 $\partial F / \partial \beta = 0$ ，同样可得：

$$\int_a^b \int_0^H (T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)) \frac{\partial f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)}{\partial \beta} dz dt = 0 \quad (11)$$

由 $\partial F / \partial \gamma = 0$ ，同样可得：

$$\int_a^b \int_0^H (T(z, t) - f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)) \frac{\partial f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)}{\partial \gamma} dz dt = 0 \quad (12)$$

这样可得到一组有关 $\alpha, \beta, \gamma \dots$ 的方程，由这组方程可解出参数 $\alpha, \beta, \gamma \dots$ 的值，由此就可得到函数 $f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)$ 了，此时可认为有 $\bar{T}(z) = f(z, \alpha, \beta, \gamma \dots)$ 。

具体操作时则需将离散化的观测资料代替 $T(z, t)$ 并对上述积分进行数值积分，然后可得一个矛盾方程组，求该矛盾方程组的最小二乘解即可求出参数 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 。

提取出 $\bar{T}(z), \bar{S}(z)$ 后则用海洋状态方程可得到密度背景场 $\bar{P}(z)$ ，也可先用温度、盐度观测资料通过海洋状态方程求得密度资料，再用以上方法求出密度背景场 $\bar{P}(z)$ 。

3.2 平均法

若海洋观测的序列相对较长(超过一个波动周期)，则平均法是一个较好的方法，它无需进行数值积分和求解最小二乘问题。该方法的思想和，对点 $x=0$ ，由方程(1)可得：

$$T(z, t) = \bar{T}(z) + \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \alpha_{n, k} \sin(n\pi z/H) \cos(\sigma_{n, k} t) \quad (13)$$

这里取点 $x=0$ 处初位相为 0。将(13)对时间 t 求平均，并用符号“—”表示之，则有：

$$\overline{T(z, t)} = \overline{\bar{T}(z)} + \overline{\sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \alpha_{n, k} \sin(n\pi z/H) \cos(\sigma_{n, k} t)} \quad (14)$$

在(14)中，若观测资料的时间序列很长，则可认为其等式右边的第二项近似为 0，这样有：

$$\overline{T(z, t)} \approx \overline{T(z)} = \overline{T(z)} \quad (15)$$

这里 $T(z, t)$ 为点 $x=0$ 处的观测资料(实际上它是离散的), $\overline{T(z)}$ 是背景场, 由此可知, 只需对观测资料作时间平均, 平均后的场即为背景场。一般为简单, 作算术平均即可。

4 诊断个例

以下给出一个具体的诊断个例。某地内波的一个观测数据, 在深度 1、6、11、16、21、26、31、36、41、46、51 m 处, 即在以上 11 层的深度上进行温度观测, 温度观测的采样间隔为 1 分钟, 这样在以上 11 层各层均有 2 892 个数据, 即温度观测延续了 48.2h。由于这里各层上温度观测的样本较多(共有 2 892 个样本), 为简单可采用上节的平均法来提取背景场。对各层的温度作以上 2 892 个样本的算术平均, 可求出各层上的平均温度。图 1 为求得平均温度廓线, 由图可见平均温度随深度增加而减小。

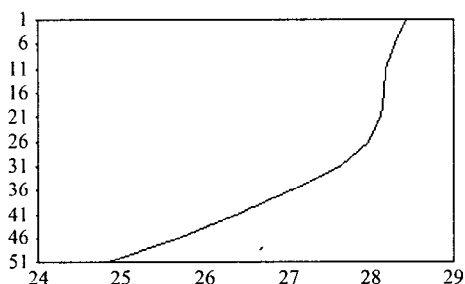


图 1 平均温度廓线图

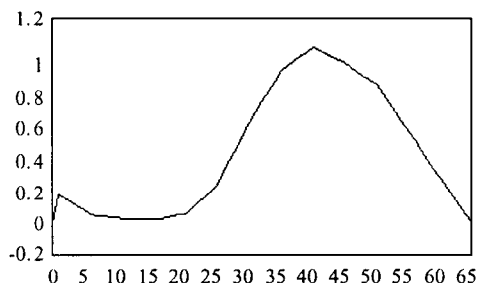


图 2 温度偏差平方和廓线图

将观测资料与各层上的平均温度廓线相减, 可得各层上的温度偏差, 即(6)式中的 T_j 。为了揭示 T_j 的特点, 作温度偏差平方和廓线:

$$\overline{T^2}(z) = \sum_{j=1}^{2892} T_j^2 / 2892 \quad (16)$$

图 2 给出了该廓线, 即温度偏差平方和随深度的分布。

由图 2 可见该廓线在 41m 深度层次上达到最大。依据此廓线可取 $H=66$ m, 即取 $z=0$ 为上边界, $z=66$ m 为下边界, 在上、下边界设温度偏差为 0, 在该上、下边界区间内则有以上 11 层的温度偏差。受到资料的局限, 这里 H 依据图 2 的廓线外推而定, 带有一定人为性, 但总的说来是合理的。

确定了 H 后, 对公式(6)式右端进行数值积分, 即可求得 $S_{m,j}$, 采用 Simpson 法进行数值积分, 对于 $m=1 \sim 5$, 图 3 给出了所求内波各垂直模态时间序列 $S_{1,j}$ 、 $S_{2,j}$ 、 $S_{3,j}$ 、 $S_{4,j}$ 、 $S_{5,j}$ 。

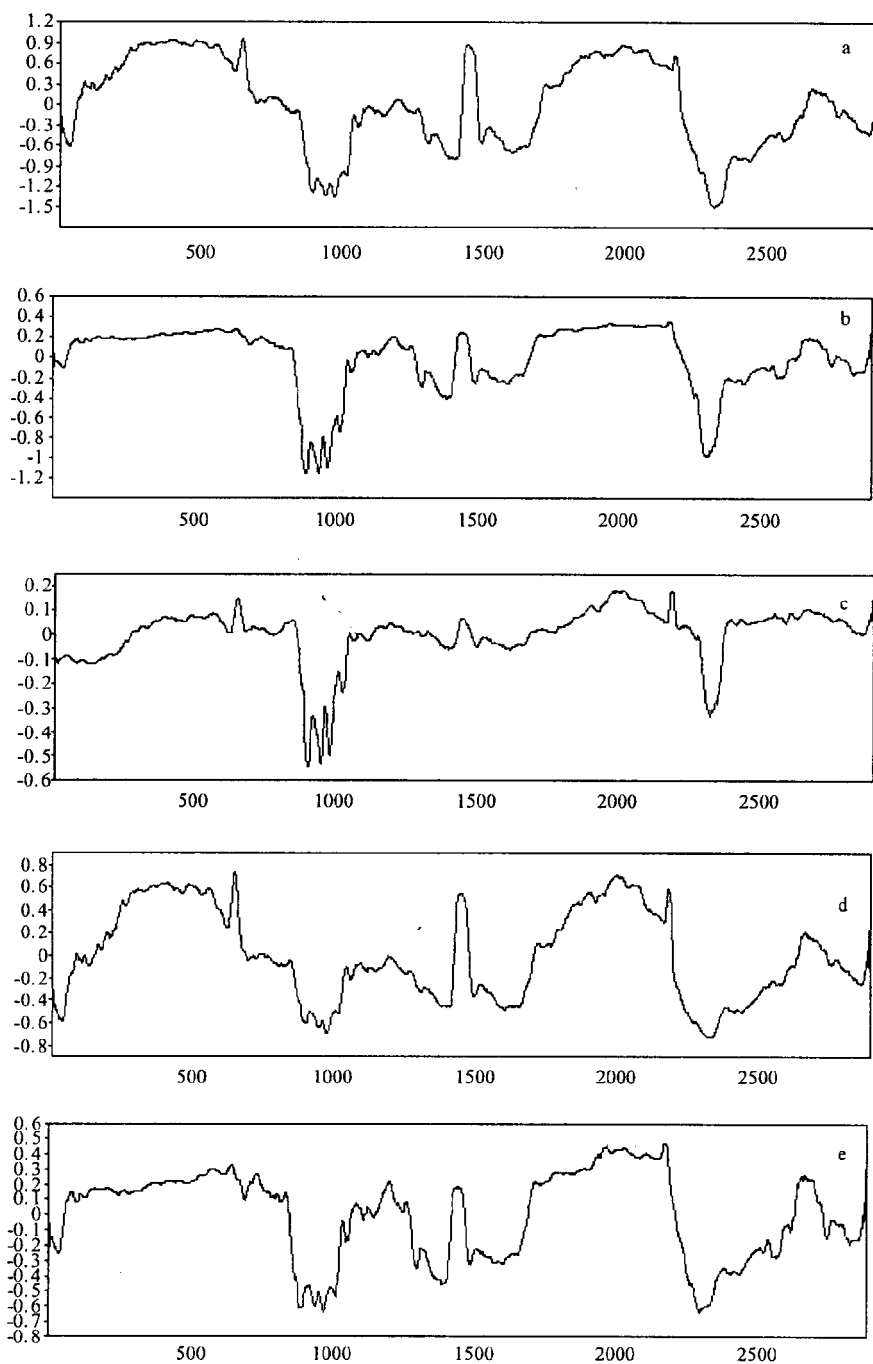


图3 内波垂直模态时间序列图

a、b、c、d、e 分别表示垂直模态

由图 3 可见，该序列上日周期是明显的。

利用以上方法，易求上述 5 个内波垂直模态的振幅和周期。计算表明，各内波垂直模态的显著周期相同，各垂直模态的计算结果如表 1 所示，表中的行按周期由大到小排序，列则按内波垂直模态由小到大排序。由该表可见，日周期内波是明显的，半日周期内波引起的温度变化也非常明显，对 2、3、5 垂直模态，其半日周期的温度振幅超过了日周期，对 1、4 垂直模态则其与日周期相近。因此这里用以上方法确实诊断出了内波的温度振幅。

表 1 各垂直模态内波的周期和振幅（单位小时、 ）

周期	24.0	12.0	8.0	6.0	4.8	4.0	3.48	3.0	2.67	2.4
1	0.410	0.369	0.213	0.141	0.130	0.097	0.081	0.055	0.039	0.050
2	0.335	0.352	0.284	0.219	0.172	0.141	0.112	0.063	0.039	0.050
3	0.315	0.344	0.279	0.199	0.164	0.148	0.132	0.102	0.081	0.063
4	0.411	0.388	0.218	0.112	0.112	0.084	0.071	0.059	0.050	0.059
5	0.371	0.375	0.260	0.176	0.145	0.120	0.092	0.059	0.045	0.045

5 结论

本文论述了海洋中内波在不同模态下的特征参量的诊断方法。首先将内波用波包表示，并将内波与背景场进行分离，然后利用谐波分析的方法可得到内波波包中各谐波的振幅和频率(周期)。最后给出了两种背景场的求取方法：函数逼近法和平均法。并对一个实测内波资料进行了内波诊断分析，采用本文的方法诊断了不同模态内波的温度振幅和周期，得到的诊断量与内波特征相符。

参考文献：

[1] 冯士筌. 海洋科学导论 [M]. 高等教育出版社，1999 ,190 ~ 195.

[2] 徐肇廷. 海洋内波动力学 [M]. 北京：科学出版社，1999.

[3] 黄嘉佑. 气象统计分析与预报方法 [M]. 北京：气象出版社，2000 ,222 ~ 233.

Diagnostic analysis of internal wave in different mode

ZHANG Ming¹, DENG Bing^{1, 2}, ZHAO Yang-ling¹

(1. The Meteorological Institute of PLAUST, Nanjing 211101 China ; 2. Navy Marine hydrometeorological

Center, Beijing 100073 China)

Abstract : The diagnostic method of internal wave in different mode is presented about characteristic parameters using harmonic analysis, and the analysis method of background field is also described. They are functional approximation and average method. The temperature amplitude and period character are studied by means of real-measurement temperature data.

Key words : internal wave ; mode ; diagnostic method