

风浪波高和周期的联合概率密度分布

尹志军¹, 潘玉萍², 沙文钰¹, 孟 营³

(1. 解放军理工大学气象学院军事海洋系, 南京 211101; 2. 南京军区空军气象中心, 南京 210018;
3. 辽宁省气象局, 沈阳 110001)

摘 要: 本文采用有代表性的 44008 美国国家浮标站 2003 年 1 ~ 3 月实测的海浪谱密度资料, 选取三次大风过程进行风浪谱分析。通过对实测平均海浪谱与 PM 谱、JONSWAP 谱及 Torsethaugen 谱的比较, 得到 PM 谱拟和最好。然后用国际上最先进的随机波分析方法, 根据协方差矩阵的循环嵌套技术, 以实测平均谱与 PM 谱为靶谱, 对随机波面进行模拟。得到由模拟波面统计的特征值及估计的谱与实测谱结果极为相近, 谱峰及谱峰频率都基本一致。说明利用模拟波面研究海浪具有代表性, 它可以反映实测海浪的特征。利用 Longuet-Higgins (1983) 模型计算波高-周期联合概率密度分布, 得到变换高斯过程计算的波高、周期联合分布与实测情况基本相同, 更好地描述了波高-周期联合概率密度分布。

关键词: 风浪谱; 循环嵌套技术; 模拟波面; 波高-周期联合密度分布

中图分类号: P731 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003 - 0239 (2007) 2 - 0039 - 08

1 引言

海浪是一种复杂的三维随机运动, 它是对海岸工程、海洋工程起控制作用的环境条件, 随着海工建设向深水、大型、复杂化发展, 人们对海浪的统计特征, 频域特征和方向谱等要求有了更全面深入的了解。然而由于海洋资料的匮乏, 特别在一些工程海区, 往往缺乏器测的波面资料, 仅有船舶报目测的特征波高和周期资料。我国沿岸海洋站使用光学岸用测波仪观测海浪多年, 也仅有特征波高和周期资料。因此文中利用实测海浪谱的平均有效波高和周期资料, 拟和目前常用的 JONSWAP 谱、PM 谱及双峰形式谱, 与实测平均谱比较, 寻找到拟和最好的谱形。由于海上条件的复杂和严峻, 不易取得系统而精确的观测资料。海浪的不规则变化导致海浪模拟的准确把握非常困难。50 年代以来, 随着海洋学家对随机海浪所作的大量观察与研究^[1~9], 他们分析了海浪的各种统计值和谱密度, 结果表明: 海浪属于窄谱的正态随机过程, 其幅值服从雷利分布。基于谱分析法提出了多种描述海浪的模型, 如利用波的叠加进行模拟、利用现行滤波器模拟、固定点波面模拟、波动质点速度和加速度模拟及等能量分割法等。本文采用的是协方差矩阵的循环嵌套技术^[10], 该技术能快速、精确模拟高斯过程。

收稿日期: 2006-07-17

基金资助: 国家 973 项目资助 (批准号: 19990438-03)

作者简介: 尹志军 (1978-), 男, 在读研究生, 从事海洋气象和物理海洋研究方向。

2 方法与资料

2.1 循环嵌套方法

循环嵌套方法最初由 Davies 及 Harte (1987) 提出, 因此又称为 Davies-Harte 方法。假定实测资料 $U_0, U_1, \dots, U_{M-1}$ 为零平均值平稳高斯过程 $\{U_t\}$ 的一次现实, 协方差序列为 $\{S_{U, \tau}\}$, 即:

$$S_{U, \tau} \equiv \text{cov}\{U_t, U_{t+\tau}\} = E\{U_t, U_{t+\tau}\} \quad (1)$$

$E\{U_t\}$ 为随机变量 U_t 的数学期望。由协方差序列为 $\{S_{U, \tau}\}$, 可以计算谱密度函数 S_k :

$$S_k \equiv \sum_{\tau=0}^M S_{U, \tau} e^{-12\pi f_k \tau} + \sum_{\tau=M+1}^{2M-1} S_{U, 2M-\tau} e^{-12\pi f_k \tau}, \quad k=0, 1, \dots, M \quad (2)$$

其中, $f_k \equiv k/2M$ 。 $M+1$ 值是对下述 $2M$ 时间序列的离散傅氏变换得来。

$$S_{U, 0}, S_{U, 1}, \dots, S_{U, M-2}, S_{U, M-1}, S_{U, M}, S_{U, M-1}, S_{U, M-2}, \dots, S_{U, 1} \quad (3)$$

循环嵌套方法需要 $S_k \geq 0, k=0, 1, \dots, M$, 以保证过程的平稳性。假定 $S_k \geq 0$, $Z_0, Z_1, \dots, Z_{2M-1}$ 代表 $2M$ 个独立、标准高斯过程随机变量(即每个 Z_k 都具有零均值及单位方差), 形成如下复数序列:

$$V_k \equiv \begin{cases} Z_0 - \sqrt{2MS_0}, & k=0 \\ (Z_{2k-1} + iZ_{2k})\sqrt{MS_k}, & 1 \leq k < M \\ Z_{2M-1}\sqrt{2MS_M}, & k=M \\ v_{2M-k}^*, & M < k \leq 2M-1 \end{cases} \quad (4)$$

然后, 我们通过离散傅氏逆变换导出序列实值。

$$V_t = \frac{1}{2M} \sum_{k=0}^{2M-1} v_k e^{i2\pi f_k t} \quad t=0, 1, \dots, 2M-1 \quad (5)$$

构建的矢量 $V_0, V_1, \dots, V_{M-1}$ 与矢量 U 具有相同的多元正态分布, 因此我们可以将 V_t 序列看作是 $U_0, U_1, \dots, U_{M-1}$ 的一次现实。

2.2 资料

本文采用有代表性的美国国家浮标站 (44008) 2003 年 1 ~ 3 月实测的海浪谱密度资料, 选取三次大风过程 (1 月 19 日 23 时 ~ 1 月 23 日 14 时; 2 月 17 日 04 时 ~ 2 月 18 日 15 时; 2 月 23 日 08 时 ~ 2 月 24 日 17 时) 进行海浪谱分析(图略)。1 月 19 日 ~ 23 日西北大风过程时间长, 平均风速为 14.4m/s, 最大风速为 17.7m/s, 发生在 1 月 20 日 17 时。2 月 17 日及 2 月 23 日两次大风过程时间短, 但风速较强, 最大风速分别为 19.2m/s 和

19.0m/s, 发生在 2 月 17 日 22 时及 2 月 24 日 05 时, 风向主要为东北东及偏西风, 三次大风过程中, 风向都比较稳定, 没有较大的突变, 可以看作是稳定的风过程。有效波高的变化与风速的变化基本相似, 随着风速的增大, 有效波高也明显增大, 只是有效波高的变化略滞后于风速的变化。三次大风过程平均有效波高分别为 3.86m、4.44m 及 4.56m, 最大有效波高为 5.51m、7.54m 及 7.56m, 发生在 1 月 20 日 22 时、2 月 18 日 02 时及 2 月 24 日 06 时; 有效波周期也相应增大, 最大有效波周期均为 12.5s, 平均有效波周期分别为 8.52s、8.85s 及 10.6s, 有效波高达到最大时, 由于波的破碎, 有效波周期并不一定最大。

3 海浪谱的观测与拟和

3.1 JONSWAP 谱

JONSWAP 谱是由实测北海海浪记录估计的谱经分析和拟合得到的, 虽是经验谱, 但符合 Fourier 谱的定义, 而且, 由于其数据基础比较坚实(尤其是 JONSWAP 观测是至今最系统和精度较高的海浪观测), 迄今仍是最常用的海浪频谱模式。其无因次形式如下:

$$A^2(w) = \alpha g^2 \frac{1}{w^5} \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{w_0}{w}\right)^4\right] \gamma^{\exp\left[-\frac{(w-w_0)^2}{2\sigma^2 w_0^2}\right]} \quad (6)$$

其中 g 为重力加速度, w 为圆频率, w_0 为谱峰频率, γ 为峰升高因子。 σ 为峰形参量,

3.2 PM 谱

PM 谱是充分成长的海浪谱, 只适用于充分成长的风浪, 它也以具有较充分的观测资料为依据, 对统计处理及无因次化等分析方法也较为有效。PM 谱的形式如下:

$$S(w) = \frac{8.1 \times 10^{-3} g^2}{w^5} \exp\left[-0.74\left(\frac{g}{U w}\right)^4\right] \quad (7)$$

U 为海面上 19.5m 高处风速。有效波高 $H_s = 4.0\sqrt{m_0}$, m_0 为谱面积 (见图 1);

3.3 双峰形式谱

混合浪是指海面上同时存在着风浪和涌浪的情形, 或者当风向骤然改变后的浪况。混合浪的频谱是双峰或多峰的。关于双峰谱的表示, 迄今为止的研究工作都是将谱分解为低频分谱与高频分谱之和。文中采用的是 Torsethaugen K. (1996) 双峰谱形。谱形仍采用低频分谱与高频分谱之和, 二分谱均采用改进的 JONSWAP 谱形, 有效波高及谱峰周期分别在 0.5m ~ 11m 及 3.5s ~ 19s 范围内, 具体参见 Torsethaugen K. (1996)^[11]。

3.4 海浪谱的拟合

文中主要研究三次风浪过程频谱分析, 之所以选择 Torsethaugen 谱, 也是想通过 Tor-

sethaugen 谱的分析进一步验证所选的风浪过程是否具有代表性。从图 1 可见, 单次大风过程与三次大风过程实测平均海浪谱都与 PM 谱拟和最好, 而 JONSWAP 谱及 Torsethaugen 谱谱峰明显偏高, Torsethaugen 谱也呈现单峰形式, 说明所选的大风过程海浪谱以风浪为主, 三种谱的谱峰频率与实测谱峰频率相同, 只是 JONSWAP 谱及 Torsethaugen 谱峰高于实测平均谱。这种情况在 Hargreaves(1999)调查 SWAN 模式的应用中也提到。

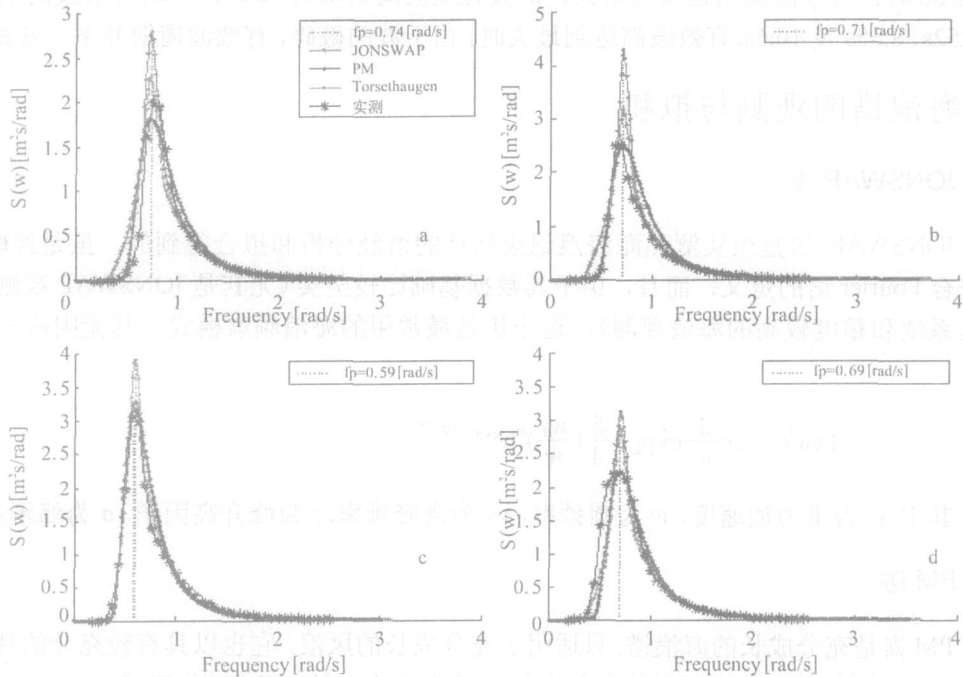


图 1 实测平均谱与拟和的规范谱

- a. 1月19~23日大风过程平均谱; b. 2月17~18日大风过程平均谱; c. 2月23~24日大风过程平均谱;
d. 3次大风过程平均谱

4 随机波面模拟

4.1 实测谱与模拟谱

图 2a、b 分别为根据协方差矩阵的循环嵌套技术, 以实测平均谱与 PM 谱为靶谱, 做波面数值模拟, 取样时间 200s, 取样频率 10Hz。利用实测谱模拟波面与 PM 谱模拟波面资料进行谱估计, 记录时间为 20min, 取样间隔 0.25s, 与原实测平均谱进行比较。由模拟波面统计的特征值及估计的谱与实测谱结果极为相近, 谱峰及谱峰频率都基本一致, 只不过实测平均谱的谱形更光滑, 说明利用模拟波面研究海浪具有代表性, 它可以反映实测海浪的特征。

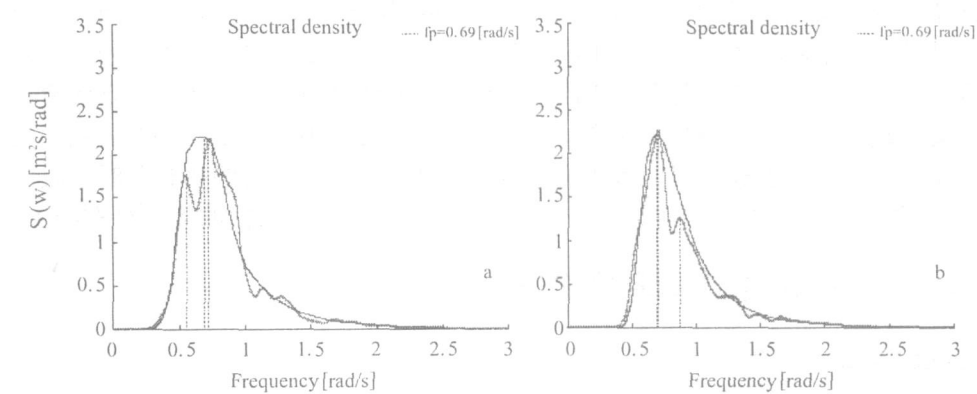


图 2 由模拟波面得到的模拟谱, 实线为实测平均谱, 点划线为模拟谱。
(a. 实测平均谱; b. PM 谱)

4.2 海浪方向谱

方向谱一般由频谱和方向分布函数 $D(f, \theta)$ 的乘积表示，即：

$$S(f, \theta) = S(f)D(f, \theta) \quad \int_{-\pi}^{+\pi} D(f, \theta) d\theta = 1 \tag{8}$$

方向分布函数 $D(f, \theta)$ 通常使用的是光易型方向分布函数。Longuet-higgins 将方向分布函数表示为：

$$D(f, \theta) = D_0(s) \cos^{2s} \frac{1}{2}(\theta - \theta_0) \quad D_0(s) = \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \tag{9}$$

其中 θ_0 为主波向角； s 为方向集中度参数； Γ 为伽玛函数。

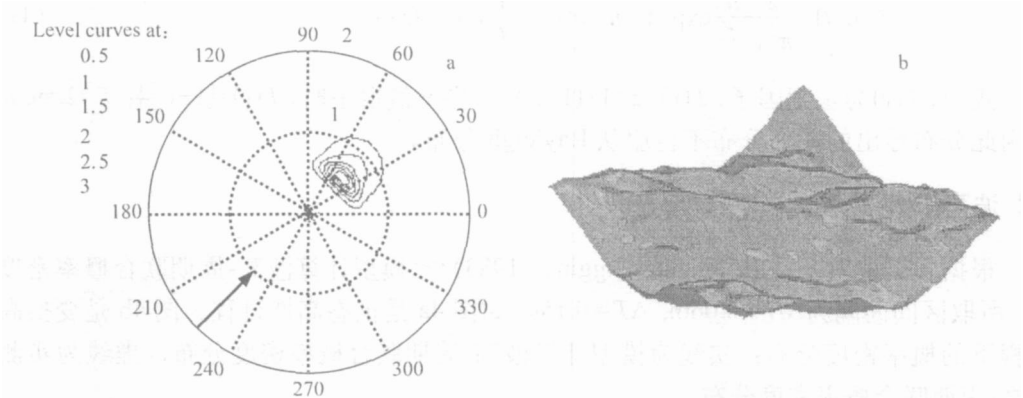


图 3 余弦型方向分布函数计算的方向谱与模拟波面

文中选择 2 月 23 日 08 时至 2 月 24 日 17 时大风过程为代表，该次风浪过程可以看作是纯风浪过程，风向西南，浪向与风向一致。图 3a 为采用的余弦型方向分布函数计

算的方向谱, 方向集中度参数 s 根据 Mitsuyasu 等实测浮标资料取为 15。由图 3a 可知, 在同一组波浪中, 不同频率的组成波主波向基本相同, 波能量集中于一较窄的方向范围内, 成近似对称分布, 在谱峰附近, 方向分布最窄, 两侧渐放宽。由计算的方向谱及波面方程对海浪进行三维仿真模拟如图 3b, 从波面可以看出, 波来自于不同的方向, 当方向谱与频率无关时, 波面较平滑, 海浪沿主波向传播, 当方向谱与频率有关时, 波面变得很不规则, 较粗糙, 波向也不明显。很难看出这两个波面具有相同的周期分布(图略)。

5 波高-周期的联合概率密度分布

5.1 Longuet-Higgins 模型

海浪波高与周期的联合分布迄今已进行广泛的研究, 1975 年 Longuet-Higgins^[12] 以 Rice 线性噪音理论为基础, 引进窄谱假设, 提出了第一个波高与周期联合概率分布的理论模式。经变量转换, 其无因次波高 $h=H/\bar{H}$, 与无因次周期 $t=T/\bar{T}$ 的联合概率密度函数为:

$$f(h, t) = \frac{\pi h^2}{4\nu} \exp\left\{-\frac{\pi}{4} h^2 \left[1 + \frac{(t-1)^2}{\nu^2}\right]\right\} \quad (10)$$

式中, ν 为谱宽度参数, $\nu = [m_0 m_2 / m_1^2 - 1]^{-\frac{1}{2}}$, 其中 m_i 为谱的各阶矩。根据这个模式, 波高与周期的联合分布是以无因次周期 $t=1$ 为轴左右对称, 且波高与周期的相关系数为零。合田良实资料表明, 波高与周期的联合分布是不对称的。此后又从理论上导出非对称性分布, 鉴于这种非对称性分布在实际应用中的不便, 80 年代初期 Longuet-Higgins^[13] 通过引入归一化因子, 对早期导出的对称性分布作了修正, 提出了与实际较接近的无因次波高 $h = \rho / (2\pi m_0)^{\frac{1}{2}} = H/H_{rms}$ 与无因次周期 $t = T/\bar{T}$ 非对称性的联合分布:

$$f(h, t) = \frac{2}{\pi^{\frac{1}{2}} \nu} \frac{h^2}{t^2} \exp\left\{-h^2 \left[1 + \left(1 - \frac{1}{t}\right)^2 / \nu^2\right]\right\} L(\nu) \quad (11)$$

式中, $L(\nu)$ 为正则因子, $L(\nu) = 2/[1 + (1 + \nu^2)^{\frac{1}{2}}]$, 当 ν 值很小时, $L(\nu) = [1 + \nu^2/4]$; $\bar{T} = 2\pi m_0 / m_1$ 。但由此分布导出的波高分布不再服从 Rayleigh 分布。

5.2 波高-周期的联合概率密度分布

根据实测资料, 采用 Longuet-Higgins (1983)^[13] 模型计算波高-周期联合概率密度分布, 所取区间间隔为 $\Delta H = 0.06\text{m}$, $\Delta T = 0.15\text{s}$, 如图 4a 是正态高斯过程、图 4b 是变换高斯过程下的概率密度分布; 实线为模型计算波高-周期联合概率密度分布, 虚线为实测的波高-周期联合概率密度分布。

图中给出了概率密度为 0.1、0.3、0.5、0.7、0.9、0.95 和 0.99 的等概率密度曲线。从图 4 可以看出, 无论哪种情形, 联合分布图形在外观上很相似, 在波高 $H < 1$ 的范围, 其波高与周期联合分布等概率密度线均呈向左下方漂移的趋势, 联合概率密度最大值也向

坐标原点迁移。显著高概率密度区的变化范围也大致相同,均是 $2.9 < T < 3.8$ 、 $1.0 < H < 1.8$ 之间。只不过在变换高斯情况下,大波对应的等概率密度的波高分布偏高。另外由图也可以看出(图略),变换高斯过程计算的波高与周期联合分布与实测情况基本相同,能更好地描述波高-周期联合概率密度分布。

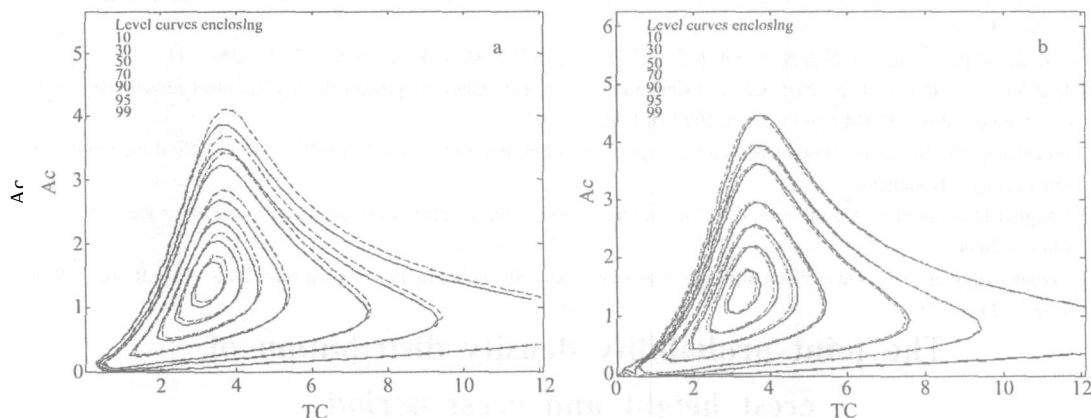


图 4 波高-周期联合概率密度分布的 Longuet-Higgins (1983) 模型

a. 线性高斯过程; b. 变换高斯过程; 虚线为实测的波高-周期联合概率密度分布

6 结论

本文采用国际上最先进的随机波分析方法,由协方差矩阵的循环嵌套技术,对美国国家浮标 44008 站 2003 年 1 ~ 3 月的三次大风过程进行风浪谱分析。以实测平均谱为靶谱,对随机波面进行模拟。得到以下结论:

(1) 通过实测平均海浪谱与 PM 谱、JONSWAP 谱及 Torsethaugen 谱的比较,得到 PM 谱拟和最好。

(2) 由模拟波面得到的估计谱与实测谱极为相近,谱峰及谱峰频率都基本一致。说明利用模拟波面研究海浪具有代表性,它可以反映实测海浪的特征。

(3) 采用余弦型方向分布函数计算方向谱,得出在同一组波浪中,不同频率的组成波,主波向基本相同,波能量集中于一较窄的方向范围内,成近似对称分布。当方向谱与频率无关时,波面较平滑,海浪沿主波向传播,当方向谱与频率有关时,波面变得很不规则,更粗糙,波向也不明显。

(5) 利用 Longuet-Higgins(1983)模型计算波高-周期联合概率密度分布,得到变换高斯过程计算的波高与周期联合分布和实测情况基本相同,能更好地描述了波高-周期联合概率密度分布。

参考文献:

- [1] 余宙文, 蓝昌华. 平稳正态反正弦定律在海浪谱估计中的应用[J]. 海洋与湖沼, 1979,10 (1): 1 ~ 8.
- [2] 蒋德才, 张大错, 高新生. 最大熵法与传统法海浪谱估计的比较[J]. 山东海洋学院学报, 1985,15 (3): 12 ~ 21.

- [3] 蒋德才, 张大错. 海浪单过程的数值模拟[J]. 山东海洋学院学报, 1981,11(1):32 ~ 40.
- [4] 俞聿修. 海浪的数值模拟[J]. 大连工学院学报, 1981,20(2):84 ~ 90.
- [5] 俞聿修, 柳淑学. 海浪方向谱现场观测与分析[J]. 海洋工程, 1994, 2,1 ~ 12.
- [6] 陈俊昌. 外观海浪谱及其估计[J]. 南海海洋科学集刊, 1982, (3):73 ~ 79.
- [7] 孙 孚. 海浪周期与波高的联合分布[J]. 海洋学报, 1988,10(1):10 ~ 15.
- [8] 丁平兴, 孙 孚, 孔亚珍, 等. 风浪统计性质的实验研究 (波高与周期的联合统计分布) [J]. 海洋学报, 1995, 17(5):1 ~ 9.
- [9] 黎满球, 陈俊昌. 由模拟波面统计分析波高-周期联合分布[J]. 热带海洋, 1996, 15(3):36 ~ 43.
- [10] Dietrich C R, Newsam G N. Fast and exact simulation of stationary Gaussian process through circulant embedding of the Covariance matrix. SIAM J Sci Comput, 1997,18,1088 ~ 1107.
- [11] Torsethaugen K. Model for a doubly peaked wave spectrum. 1996, Report No. STF22A96204. SINTEF Civil and Environm. Engineering, Trondheim.
- [12] Longuet-Higgins M S. On the joint distribution wave periods and amplitudes of seawaves. J geophys Res, 1975,80, 2688 ~ 2694.
- [13] Longuet-Higgins M S. On the joint distribution wave periods and amplitudes in a random wave field. Proc R Soc. 1983, A389, 24 ~ 258.

The joint probability density distribution of crest height and crest period

YIN Zhi-jun¹, PAN Yu-ping², SHA Wen-yu¹, MENG Ying³

(1. The College of Meteorology, the Institute of Science and Engineering of the P. L. A., Nanjing, 211101 China; 2. PLA Nanjing Military Area Air Command Weather Center, Nanjing, 210018 China; 3. The province weather bureau of Liaoning, Shenyang 110001 China)

Abstract : The wave spectrum data, collected at the American National Data Buoy 44008 from January through March, 2003. Three cold air processes were selected. Comparing observed mean spectrum to PM spectrum, JONSWAP spectrum and Torsethaugen spectrum, conclude the PM spectrum fit the observed spectrum best. Then, using the spectrum analysis of random wave method, it represents the latest developments. Taking the measured spectrum and PM spectrum as the target spectrum, fast and exact simulate stationary Gaussian process through circulate embedding of the Covariance matrix. We find the estimate spectrum is very closing the measured spectrum, and peak frequency almost same. It is a feasible method based on simulated wave surface, which can reflect the wave characteristics. Using Longuet-Higgins (1983) model, calculate joint pdf of crest height and crest period. We conclude that joint pdf of crest height and crest period calculated on the transform Gaussian sea is very closing the joint pdf of crest height and crest period derived by the measured data.

Keywords : wind wave spectrum ; circulate embedding method ; simulated wave surface ; joint pdf of crest height and crest period